

Άλγεβρα Β' Λυκείου

Διαγώνισμα 1. (Μέχρι και μετατόπιση)

2025-2026

ΘΕΜΑ 1:

A. Να δώσετε τον ορισμό α) Γνησίως αύξουσας συνάρτησης β) Περιττής συνάρτησης γ) Μεγίστου (ολικού) συνάρτησης. **(Μ.3,3,4)**

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. **(Μ.10)**

- i) Αν (α, β) το πεδίο ορισμού μιας περιττής συνάρτησης τότε $\alpha + \beta = 0$.
- ii) Το ελάχιστο μιας συνάρτησης είναι πάντα αρνητικός αριθμός.
- iii) Υπάρχουν συναρτήσεις που έχουν και μέγιστο και ελάχιστο.
- iv) Αν μία συνάρτηση δεν είναι γνησίως αύξουσα τότε θα είναι φθίνουσα.
- v) Αν μια συνάρτηση δεν είναι περιττή τότε θα είναι άρτια.
- vi) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f(x)$ θα είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)$ ως προς τον $x'x$ άξονα.
- vii) Υπάρχουν συναρτήσεις που οι γραφικές τους παραστάσεις είναι συμμετρικές ως προς τον $x'x$ άξονα.
- viii) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + 2$ με κατακόρυφη μετατόπιση κατά δύο μονάδες προς τα κάτω
- ix) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x - 2)$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ με οριζόντια μετατόπιση κατά δύο μονάδες προς τα δεξιά.
- x) Η συνάρτηση $g(x) = f(x) - f(-x)$, $x \in \mathbb{R}$, είναι περιττή.

ΘΕΜΑ 2:

A. Οι παρακάτω συναρτήσεις έχουν μόνον μέγιστο ή μόνον μέγιστο.

Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων και τις θέσεις στις οποίες αυτές εμφανίζονται:

- i) $f(x) = 3(x-1)^2 - 6$ ii) $f(x) = (x^2 - 1)^{2026} + 2025$ iii) $f(x) = 2 - \sqrt{2}|x^2 + x - 2|$ iv) $f(x) = 6 - 2\sqrt{1-x}$ v) $g(x) = \sqrt[5]{x-1} + 2(x-1)^2$ vi) $h(x) = |x-1| + |1-x^2| - 3$ **(Μ.6.3=18)**

B. Να βρείτε την μονοτονία των παρακάτω συναρτήσεων και να βρείτε τα ακρότατα αυτών.

- i) $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 2x - 1$ ii) $f: (-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = -2x^3 - 1$ iii) $f: [-2, -1) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = -2x^2 - 1$ **(Μ.2,2,3)**

ΘΕΜΑ 3:

A. Να αποδείξετε ότι αν $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συναρτήσεις αύξουσες τότε η συνάρτηση $f+g$ είναι γνησίως αύξουσα. **(Μ.4)**

B. Αν $f(x) = 2x^5 + 3x - 5$

i) Να βρείτε την μονοτονία της (M.4)

ii) Αν η f είναι γνησίως αύξουσα

Να λυθούν οι: α) $2x^5 + 3x > 5$ β) $2x + 3\sqrt[5]{x} > 5$ γ) $2(x-1)^{10} + 3(x-1)^5 > 5$ (M.3.3=9)

Γ. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές

i) $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$ ii) $g(x) = \frac{|x^3 - x|}{x^2 - 1}$ iii) $h(x) = 0$ iv) $b(x) = \frac{1}{x+1}$ (M.4.2=8)

ΘΕΜΑ 4:

A. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2$ και με τη βοήθεια αυτής να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = -(x-1)^2$, $h(x) = -x^2 - 1$, $k(x) = -(x-1)^2 - 1$, $l(x) = -x^2 + 2x - 2$ (Σε διαφορετικά συστήματα αναφοράς). (M.4.3=12)

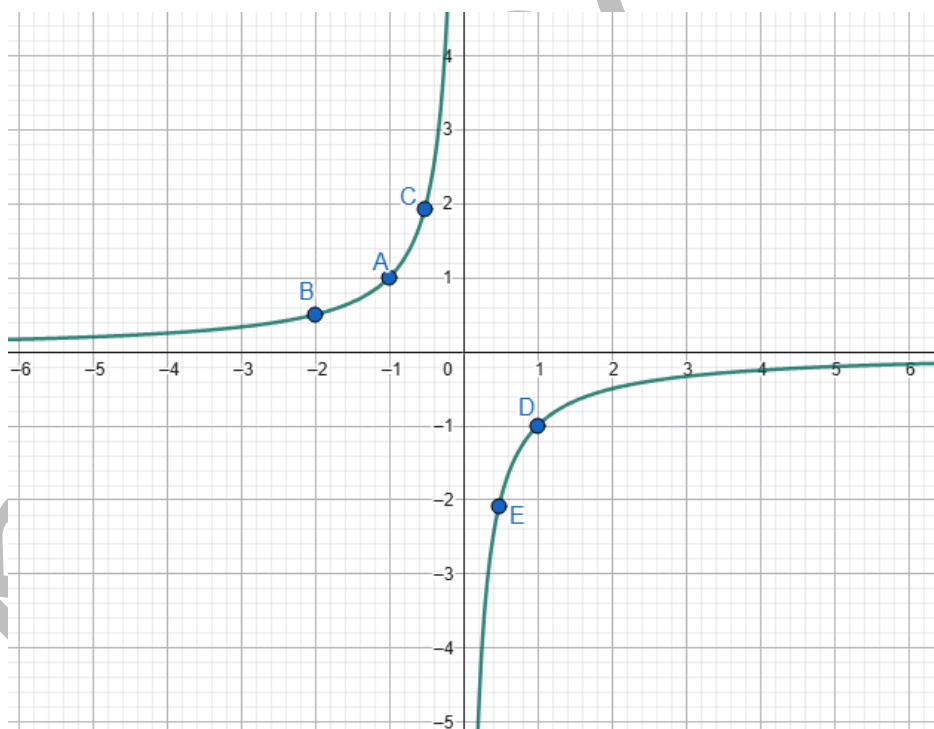
B. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = -\frac{1}{x} \text{ και τα}$$

σημεία A(-1,1),

B(-2, $\frac{1}{2}$), C(- $\frac{1}{2}$, 2)

D(1,-1) E($\frac{1}{2}$, -2).



i) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = -\frac{1}{x} + 1$ και να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων που αντιστοιχούν στα σημεία A, B, C, D, E.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x) = -\frac{1}{x+1}$ και να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων που αντιστοιχούν στα σημεία A, B, C, D, E. (M.4,4)

Γ. Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αναφοράς τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$f(x) = |x| \text{ και } g(x) = |x-1| - 2 \quad (\text{M.2,3})$$